

square869120Contest #1

# G-Revenge Of Traveling Salesman Problem

---

by E869120, square1001

# 巡回セールスマン問題について

---

- 巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem)とは, 次のような問題である。
- 重み付き有向グラフ $G(V, E)$  が与えられる。頂点1から出発し, すべての頂点を1度ずつ回って頂点1に戻るような最短経路を求めなさい。
- 計算量は $O(N^2 * 2^N)$ で求められる。

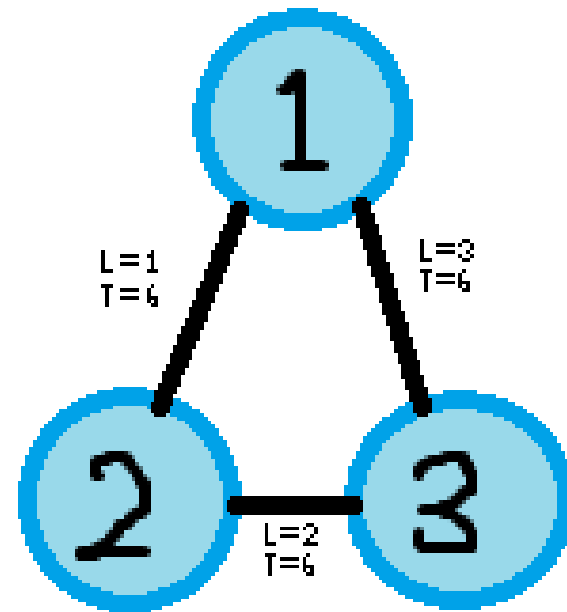
# 問題概要

---

- $N$ 個の都市と $M$ 個の道路があり, 道路は双方向に通行可能である。  
E869120は都市1から出発し, すべての都市を1度ずつ通って都市1にもどる。また, E869120は時間1につき距離1進む。しかし, 道路は一定の時間が経つと消えてしまうため, 通行することができなくなる。そのとき, 最短の経路とそのような通り数を求めなさい。答えがない場合は"IMPOSSIBLE"と出力しなさい。

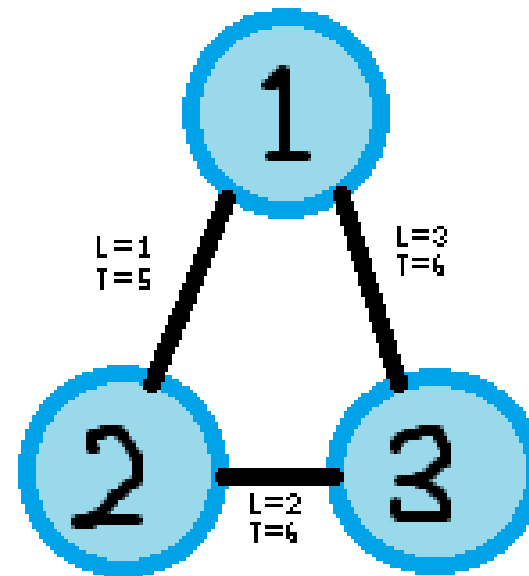
# 具体例1

- 右図のような街が与えられたとき,
  - 1->2->3->1の順番
  - 1->3->2->1の順番 の2通りがある。
- どちらの場合もOKで両方距離は6になるので、最短経路の通り数は2である。



## 具体例2

- 右図のような街が与えられたとき,
  - 1->2->3->1と行くことができる。
  - 1->3->2->1と行くことはできない。
- よって,最短経路は6であり,そのような通り数は1である。



# 部分点解法(15点)

---

- 制約
  - $2 \leq N \leq 8$
- $2 \leq N \leq 8$ であるので, DFSをすると最大でも計算量は $O(N!)$ となるため,最大で40000程度となり間に合う。

# 満点解法

---

- ビットDPという手法を使う。
- `pair<long long, long long> dp[i][j]`
  - $i$  = 今いる地点 ( $0 \leq i \leq N-1$ )
  - $j$  = 通った都市のビット ( $0 \leq j \leq 2^N-1$ )
  - 値 = (最短経路, そのような通り数)

# 満点解法

- 移動する際に  $j$  の値は単調増加するので、 $j$  に関しては  $2^N$  回ループさせるだけでよい。
- $k \rightarrow i$  と進むような状態すべてを調べなければならないので、それに  $N^2$  かかる。

⇒ 計算量は  $O(N^2 * 2^N)$  となり、巡回セールスマン問題と変わらない。最大でも 17,000,000 程度となるので、間に合う。